Ansuer of AM_Q2_5 assume $X$ as input

define encoder as $p^{-1}(\hat{z}|X)$

$$\hat{z} = \mu(x), \sigma(x)$$

as reparameterization trick

$$z = \mu(x) + \varepsilon \times \sigma(x)$$

where $\varepsilon \sim N(0, I)$

then define decoder as $p(z|x)$

$$\hat{x} = p(z|x)$$

so minimize $L$ as reconstruction

is goal of training VAE

where $L = \| X - \hat{X} \|^2$

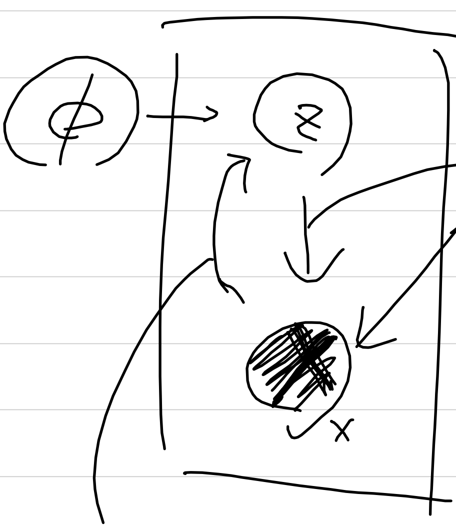
# VAE : Variational Auto Encoder

Encoder $q_\phi(z \mid x)$ $\phi$ : param

Decoder $p_\theta(x \mid z)$ $\theta$ : param

where $\underset{\sim}{z} \sim N(0,1)$

latent variable




潜在変数 z から
高次元データ x を生成する

$q_\phi(z \mid x)$ x を生成した z を推論する

ポイントは Encoder は直接 z を生成するのではなく

下記のように z が従う正規分布のパラメータ

$\mu, \sigma$ を生成

Encoder　　　　　　　　　　Decoder

$$X \to q_\phi(z|X) \begin{cases} \to \mu(X) \to z \sim \\ \to \sigma(X) \to \end{cases} N(\mu(X), \sigma(X)) \to p_\theta(X|z) \to \hat{X}$$

$p(x)$ の尤度を最大にする $\theta, \phi$ を最尤法で求める

$$\log p(X) = \log \int p(X, z)\, dz$$

$$= \log \int q(z|X) \frac{p(X, z)}{q(z|X)}\, dz$$

Jensen's Inequality

$$\geq \int q(z|X) \log \frac{p(X, z)}{q(z|X)}\, dz$$

$$\parallel$$

$L(X, z)$ … 変分下限

この変分下限 $L(x,z)$ と $\log p(x)$ の差は

$$\log p(x) - L(x,z) = D_{KL}[q(z|x) \| p(z|x)] \geq 0$$

つまり $L(x,z) = \underbrace{\log p(x)}_{\text{固定値}} - \underbrace{D_{KL}[q(z|x) \| p(z|x)]}_{\phi,\theta\text{に依存して変化}}$

これの最小化をしたい

$$D_{KL}[q(z|x) \| p(z|x)] = -D_{KL}[q(z|x) \| p(z)] + \underbrace{\mathbb{E}_{q(z|x)}[\log p(x|z)]}$$

小さく

大きく

正則化項
zの分布が $p(z)$
つまり $N(0,I)$
となるように働く

Encoder, Decoder で推論したzの分布を使って の対数尤度 $\log p(x|z)$ の期待値を取る

# Reparameterization Trick

$z \sim N(\mu(x), \sigma(x))$ という確率分布が入っていると Backprop 使えない

$\varepsilon \sim N(0, I)$ にてノイズ生成

$z = \mu(x) + \varepsilon \times \sigma(x)$ として

確率変数を避けて

BackProp を適用